BACCALAUREAT BLANC **Coefficient4:**
SESSION FEVRIER 2020
UP MATHS BINGERVILLE **Durée : 4h**

M A T H E M A T I Q U E S

SERIE : D

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/3 ,2/3 et 3/3.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $Z = -8 + 6i$.
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (3 + 5i)z - 2 + 6i = 0$.
3) Pour tout nombre complexe z, on pose : $f(z) = z^3 - (3 + 7i)z^2 - 12(1 - i)z + 12 + 4i$.
   a- Démontrer qu'il existe un nombre imaginaire pur z_0 tel que $f(z_0) = 0$.
   b- Déterminer deux nombres réels a et b tels que$f(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$.
   c- En déduire les solutions de : (E) : $f(z) = 0$.
4) Soit A, B et C les points d'affixes respectives : $z_A = 2i$,$z_B = 1 + i$ et $z_C = 2 + 4i$.
   a- Placer les points A, B et C dans le plan complexe.
   b- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
5) Déterminer l'affixe du point D pour que ABDC soit un rectangle.

EXERCICE 2

NB : les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

On dispose d'un dé cubique équilibré dont une face porte le numéro 1, deux faces portent le numéro 2 et trois faces portent le numéro 3. On dispose également d'une urne contenant dix boules indiscernables au toucher, portant les lettres L, O, G, A, R, I, T, H, M, E. (Soit quatre voyelles et six consonnes)

Un joueur fait une partie en deux étapes.

Première étape :

- ❖ Il lance deux fois de suite le dé et il note le plus petit numéro obtenu.

Deuxième étape :

- ❖ S'i1 obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne. Il gagne la partie si cette boule porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- ❖ S'il obtient 2, il tire au hasard , successivement et sans remise deux boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces deux boules porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- ❖ S'il obtient 3, il tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces trois boules porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.

On considère les évènements suivants :

D_1 : «Il obtient 1 aux lancés du dé .», D_2 : «Il obtient 2 aux lancés du dé.», D_3 : « Il obtient 3 aux lancés du dé. » et G «La partie est gagné ».

A et B étant deux évènements tels que p(A)$\neq$ 0, on noterait$p_A(B)$ la probabilité de B sachant que l'évènement A est réalisé.

1. Démontrer que $P(D_1) = \frac{11}{36}$, $P(D_2) = \frac{16}{36}$ et $P(D_3) = \frac{9}{36}$.
2. Construire un arbre pondéré de probabilité modélisant la situation aléatoire décrite ci-dessus que l'on complètera au fur et à mesure.
3. a) Il obtient 1 aux lancés du dé, montrer que la probabilité que la partie soit gagnée est égale à $\frac{11}{90}$.

   b) Il obtient 2 aux lancé du dé, montrer que la probabilité que la partie soit gagnée est égale à $\frac{8}{135}$.

   c) Calculer la probabilité que la partie soit gagnée sachant que le dé indique 3.
4. Démontrer que la probabilité qu'une partie soit gagnée est égale à $\frac{41}{216}$.
5. Un joueur a gagné la partie, calculer la probabilité qu'il ait obtenu le numéro 1 avec les lancé du dé.
6. Un joueur fait n parties consécutives indépendantes, en remettant dans l'urne la ou les boule (s) tirée (s) à la fin de chaque partie avant de faire une autre partie. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

   Quelle loi de probabilité X suit-elle ? Préciser ses paramètres.
7.
   a) Démontrer que la probabilité de gagner au moins une partie est $p_n = 1 - (\frac{175}{216})^n$.
   b) Déterminer le nombre minimal n_0 de parties qu'un joueur doit faire pour que la probabilité d'en gagner au moins une partie soit supérieure à 0,99.

PROBLEME

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $]-\infty; 2[$ par : $g(x) = -x^2 + 4x + 2\ln(2-x) - 6$.

1) Caluler les limites de g en $-\infty$ et à droite en 2.
2) On admet que g est dérivable sur $]-\infty; 2[$.
   a) Montrer que pour tout élément de$]-\infty; 2[$, g' $(x) = \frac{2(x-1)(x-3)}{2-x}$.
   b) Déterminer suivant les valeurs de x, le signe de g'(x) ; En déduire les variations de g.
   c) Dresser le tableau de variation de g.
1) Justifier que $\forall x \in \ ]-\infty; 2[$, $g(x) < 0$.

PARTIE B

on considère la fonction f définie sur $]-\infty; 2[$par : $f(x) = -x + 3 + \frac{2\ln(2-x)}{2-x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). Unité 1cm.

1) Calculer la limite de à droite en 2 et en $-\infty$. Donner en une interprétation si possible.
2) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 3$ est asymptote à (C) en $-\infty$.
3) Etudier la position de (C) par rapport à (D), on précisera si possible les coordonnées des éventuels points d'intersection.
4) On admet que f et dérivable sur $]-\infty; 2[$.

a) Justifier que : $\forall\, x \in\ ]-\infty; 2[, f'(x) = \frac{g(x)}{(2-x)^2}$.

b) Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de ,puis dresser le tableau de variation de f.

5)

a) Démontrer que f est une bijection sur un intervalle K que l'on précisera.

b) Démontrer que l'équation (E) : $x \in]-\infty; 2[, f(x) = 0$ admet une unique solutionα telle que : $1{,}3 < \alpha < 1{,}4$

c) On désigne par (C') la courbe représentative de f^{-1} dans le repère. Construire (C) et (C') et les asymptotes de (C) dans un même repère (O, I, J).

PARTIE C

En remarquant que : $\forall\, x \in\ ]-\infty; 2[,\ \frac{\ln(2-x)}{2-x} = -\left(\frac{1}{x-2}\right)\ln(2-x)$,

1) Trouver une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{\ln(2-x)}{2-x}$sur $]-\infty; 2[$.
2) En déduire une primitive F de f sur $]-\infty; 2[$.